

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه بیست و یکم – فصل نهم

ماشین های تورینگ و دسته بندی زبان ها و ماشین ها

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 9

ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها تست
تست 37 تا 55

37- گرامر وابسته به متن G به شرح زیر مفروض است. کدام یک از مجموعه رشته‌های 1 تا 4، زیرمجموعه $L(G)$ است؟

(مهندسی کامپیوتر - 87)

$S \rightarrow A CaB$
 $Ca \rightarrow aaC$
 $CB \rightarrow DB$
 $CB \rightarrow E$
 $aD \rightarrow Da$
 $AD \rightarrow AC$
 $aE \rightarrow Ea$
 $AE \rightarrow a$

(1) $\{aa,aaaa\}$

(2) $\{aaa,aaaaa\}$

(3) $\{a,aaa,aaaaa\}$

(4) $\{aaaa,aaaaaa\}$

38- اگر T و N به ترتیب دو ماشین تورینگ قطعی (deterministic) و غیرقطعی باشند که زبان تصمیم‌پذیر (recursive) $A \subseteq \Sigma^*$ را مشخص می‌کند ($L(T) = L(N) = A$)، کدام گزاره صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 87)

- (1) ممکن است که ماشین T برای کلمه $w \notin L$ در وضعیت Loop نامتناهی قرار گیرد.
- (2) برای هر کلمه $w \notin L$ حداقل یک شاخه محاسبه در T و در N وجود دارد که در زمان متناهی متوقف می‌شود.
- (3) ممکن است که ماشین N برای کلمه $w \notin L$ و برای کلیه شاخه‌های محاسبه در وضعیت Loop نامتناهی قرار گیرد.
- (4) ماشین N حتماً برای هر کلمه $w \notin L$ و برای هر شاخه محاسبه در وضعیت Loop نامتناهی قرار می‌گیرد.

(علوم کامپیوتر - 87)

39- کدام گزاره صحیح است؟

- (1) تعداد مسیرهای محاسبه یک ماشین تورینگ قطعی برای یک ورودی ثابت w می‌تواند نامتناهی باشد.
- (2) تعداد سمبل‌های یک ماشین تورینگ غیرقطعی می‌تواند نامتناهی باشد.
- (3) تعداد حالات یک ماشین تورینگ قطعی می‌تواند نامتناهی باشد.
- (4) تعداد پیکربندی‌های (configuration) یک ماشین تورینگ قطعی می‌تواند نامتناهی باشد.

(علوم کامپیوتر - 86)

40- کدام گزاره نادرست است؟

- (1) برای یک گرامر مستقل از متن داده شده تشخیص این که زبان این گرامر تهی است یا نه یک مسأله تصمیم‌پذیر است.
- (2) هر زبان مستقل از متن دارای یک گرامر به فرم چامسکی است.
- (3) برای هر ماشین PDA و هر کلمه داده شده w ، ماشین در محاسبه w لزوماً متوقف نمی‌شود.
- (4) هر زبانی که توسط یک گرامر تولید شود حتماً زبان متناظر با یک ماشین تورینگ است.

41- اگر $\langle \cdot \rangle$ یک کدینگ ماشین‌های تورینگ باشد، آنگاه در مورد زبان

$L = \{ \langle T \rangle : 01 \in L(T) \text{ و } T \text{ یک ماشین تورینگ است} \}$

(علوم کامپیوتر - 86)

کدام گزاره درست است؟

- (1) L بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.) تصمیم‌پذیر است.
- (2) L بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.) هست ولی تصمیم‌پذیر نیست.
- (3) L بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.) تصمیم‌پذیر نیست.
- (4) L بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.) نیست ولی تصمیم‌پذیر هست.

42- $\delta(q, a) = (q', X, L)$, $\delta(q, a) = (q', X, R)$ قواعد نمونه یک ماشین تورینگ می‌باشند که اگر ماشین در حالت q باشد و سر آن حرف a را روی نوار ببیند ماشین به حالت q' رفته، حرف a با X عوض شده و سر ماشین به ترتیب به راست (R) و یا چپ (L) می‌رود. زبان ماشین تورینگ با قواعد زیر کدام است؟ q_4 حالت نهایی، B علامت جای خالی روی نوار و $\Sigma = \{a, b\}$ مجموعه واژه‌های زبان است:

(مهندس کامپیوتر - 85)

$\delta(q_0, a) = (q_1, X, R)$, $\delta(q_0, y) = (q_3, y, R)$, $\delta(q_1, a) = (q_1, a, R)$,
 $\delta(q_1, y) = (q_1, y, R)$, $\delta(q_1, b) = (q_2, y, L)$, $\delta(q_2, a) = (q_2, a, L)$,
 $\delta(q_2, y) = (q_2, y, L)$, $\delta(q_2, x) = (q_0, x, R)$, $\delta(q_3, y) = (q_3, y, R)$,
 $\delta(q_3, B) = (q_4, B, R)$

$$\{a^n b^n a^n \mid n \geq 1\} \quad (2) \quad \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \quad (1)$$

$$\{ \text{تعداد } a \text{ ها با تعداد } b \text{ ها برابر است} \mid w \in (a+b)^+ \} \quad (3) \quad (4) \text{ هیچ کدام}$$

43- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 85)

$$\{0,1\}^* - \{0^n 1^n \mid n \geq 1\} = \{0^n 1^m \mid n \neq m\} \cup \{\lambda\} \quad (1)$$

(2) تعداد زبان‌های منظم با حروف $\{0,1\}$ حداکثر شمارا است.

(3) زبان $\{uww^R v \mid u, v, w \in \{0,1\}^*\}$ منظم نیست.

(4) برای هر زبان منظم L ، یک DFA با فقط یک حالت پذیرش یکتا مثل M وجود دارد که $L(M) = L$.

44- برای هر زبان محاسبه‌پذیر (r.e.) مثل $L \subseteq \{0,1\}^*$ می‌توان (علوم کامپیوتر - 85)

(1) یک ماشین تورینگ T با 5 حالت طراحی کرد به طوری که $L(T) = L$.

(2) یک ماشین تورینگ قطعی T طراحی کرد که برای هر ورودی در زمان متناهی متوقف می‌شود و $L(T) = L$.

(3) یک ماشین تورینگ قطعی T با یک نوار حافظه متناهی طراحی کرد به طوری که $L(T) = L$.

(4) یک ماشین تورینگ linear bounded مانند T معرفی کرد به طوری که $L(T) = L$.

45- برای هر زبان بازگشتی شمارش‌پذیر (r.e.)، (علوم کامپیوتر - 84)

(1) ماشین تورینگ غیرقطعی T وجود دارد که برای هر ورودی در زمان متناهی متوقف می‌شود.

(2) ماشین تورینگ قطعی T وجود دارد که برای هر ورودی در زمان متناهی متوقف می‌شود.

(3) ماشین تورینگ قطعی T وجود دارد که برای هر ورودی داخل زبان در زمان متناهی متوقف می‌شود.

(4) ماشین تورینگ غیرقطعی T وجود دارد که برای هر ورودی خارج از زبان در زمان متناهی متوقف می‌شود.

46- کدام گزاره صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 84)

(1) برای هر تابع مثل $f: N \rightarrow N$ ماشین تورینگ قطعی T وجود دارد به طوری که به ازای ورودی 1^n در زمان متناهی خروجی $1^{f(n)}$ را می‌نویسد و متوقف می‌شود.

(2) با استفاده از نمادها و حالات اضافی می‌توان برای هر ماشین تورینگ قطعی یک ماشین تورینگ قطعی معادل ساخت که سرعت محاسبه آن برای هر ورودی حداقل دو برابر ماشین اولیه باشد.

(3) برای هر تابع مثل $f: N \rightarrow N$ ماشین تورینگ غیرقطعی T وجود دارد به طوری که به ازای ورودی 1^n در زمان متناهی خروجی $1^{f(n)}$ را می‌نویسد و متوقف می‌شود.

(4) زمان محاسبه یک ماشین تورینگ قطعی 3 نواره بر روی ورودی دلخواه w همواره از زمان محاسبه یک ماشین قطعی یک نواره معادل بر روی همان ورودی بیشتر است.

- 47- تابع محاسبه‌پذیر $g: N \times N \rightarrow N$ را در نظر بگیرید به طوری که:
$$g(n, 1) = n$$
$$g(n, m) = n^{g(n, m-1)}$$
 اگر تابع $f: N \rightarrow N$ به صورت $f(n) = g(n, n)$ تعریف شده باشد، مقادیر f برای $n = 1, 2, 3$ به ترتیب عبارتند از:
- (1) 3^{2^7} و 4 و 1 (2) 9^3 و 2 و 1 (3) 9^3 و 4 و 1 (4) 3^9 و 4 و 1
- (علوم کامپیوتر - 83)

- 48- زبان $L = \{w \in \{0, 1\}^* : n_0(w) = f(n_1(w))\}$ که در آن $n_i(w)$ تعداد حروف i در کلمه w ($i = 0, 1$) و $f(x) = \begin{cases} 5 & \text{فرد } x \\ x+2 & \text{زوج } x \end{cases}$ هستند:
- (1) منظم است. (2) مستقل از متن است. (3) تصمیم‌پذیر است. (4) r.e. نیست.
- (علوم کامپیوتر - 83)

- 49- فرض کنید L مجموعه همه گرامرهای مستقل از متن باشد که زبانی نامتناهی را تولید می‌نمایند، آن‌گاه L :
- (1) تصمیم‌پذیر نیست ولی به وسیله یک ماشین تورینگ پذیرفته می‌شود.
 (2) به وسیله هیچ ماشین تورینگی پذیرفته نمی‌شود.
 (3) تصمیم‌پذیر است.
 (4) ناشمارا است.
- (علوم کامپیوتر - 83)

- 50- هر گرامر دلخواه دارای یک:
- (1) ماشین تورینگ معادل است.
 (2) فرم نرمال چامسکی است.
 (3) گرامر منظم معادل است.
 (4) گرامر مستقل از متن معادل است.
- (علوم کامپیوتر - 83)

- 51- کدام گزاره نادرست است؟
- (1) تعداد ماشین‌های تورینگ با هر الفبای متناهی Σ شمارا و نامتناهی است.
 (2) حرکت هد در ماشین تورینگ تابعی از حالت جاری ماشین است.
 (3) اثبات تز چرچ - تورینگ مبنای تعریف مفهوم «الگوریتم» است.
 (4) هر زبان بازگشتی می‌تواند زبان یک ماشین تورینگ غیرقطعی باشد.
- (علوم کامپیوتر - 82)

- 52- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد زبان L صحیح است؟

$$L = \{a^i b^j c^k d^j e^i f^k \mid i, j \geq 0\}$$

- (1) زبان فوق با ماشین پشته‌ای (pushdown automata) شناسایی می‌شود.
 (2) زبان فوق با ماشین تورینگ شناسایی می‌شود و بازگشتی (recursive) است.
 (3) زبان فوق با ماشین تورینگ شناسایی می‌شود و بازگشتی (recursive) نیست.
 (4) زبان فوق با هیچ ماشین تورینگی شناسایی نمی‌شود.
- (مهندسی کامپیوتر - 79)

53- گزینه نادرست را انتخاب کنید. (علوم کامپیوتر - 79)

- (1) برای هر زبان $L \subseteq \Sigma^*$ یک ماشین تورینگ M وجود دارد به طوری که $L(M) = L$.
- (2) تعداد ماشین‌های تورینگ متفاوت شمارش‌پذیر است.
- (3) هر ماشین تورینگ Nondeterministic دارای یک ماشین تورینگ Deterministic معادل است.
- (4) هر ماشین تورینگ 3 نواره با یک ماشین تورینگ یک نواره قابل شبیه‌سازی است.

54- مجموعه تمام عبارات منظم (regular expressions) روی الفبای $\{a,b\}$: (مهندسی کامپیوتر - 77)

- (1) یک مجموعه ناشمارا (uncountable) را تشکیل می‌دهد.
- (2) یک زبان منظم (regular) را تشکیل می‌دهد.
- (3) یک زبان مستقل از متن (context free) را تشکیل می‌دهد.
- (4) یک زبان ذاتاً مبهم (inherently ambiguous) است.

55- گرامر G را در نظر بگیرید: (مهندسی کامپیوتر - 76)

$$G = (\{a, b, c\}, \{Z, S, A, B, C\}, Z, P)$$

شامل قوانین زیر است:

$$\begin{array}{ll} Z \rightarrow \lambda \mid S & CA \rightarrow AC \\ S \rightarrow SABC \mid ABC & AC \rightarrow CA \\ AB \rightarrow BA & A \rightarrow a \\ BA \rightarrow AB & B \rightarrow b \\ CB \rightarrow BC & C \rightarrow c \\ BC \rightarrow CB & \end{array}$$

(منظور از λ رشته‌ای به طول صفر می‌باشد). اگر $L(G)$ زبانی باشد که به وسیله گرامر فوق تعریف شده باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$(1) L(G) = \{x \in \{a, b, c\}^* : |x|_a = |x|_b \text{ or } |x|_b = |x|_c \text{ or } |x|_a = |x|_c\}$$

$$(2) L(G) = \{x \in \{a, b, c\}^* : |x|_a \geq |x|_b \geq |x|_c\}$$

$$(3) L(G) = \{x \in \{a^*, b^*, c^*\} : |x|_a = |x|_b = |x|_c\}$$

$$(4) L(G) = \{x \in \{a, b, c\}^* : |x|_a = |x|_b = |x|_c\}$$

پاسخ‌ها**فصل 9: ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها****تست 37 تا 55**

37- گزینه (2) صحیح است.

کوچکترین رشته ای که با شروع از S تولید می‌شود رشته aaa است :

$$S \rightarrow AXaB \rightarrow AaaCB \rightarrow AaaE \rightarrow AaEa \rightarrow AEaa \rightarrow aaa$$

اینجا در همان تکرار اول از $CB \rightarrow E$ استفاده کردیم. اما اگر یک بار از $CB \rightarrow DB$ استفاده کنیم تعداد حروف 2 تا بیشتر میشود و به aaaaa می‌رسیم.

38- گزینه (2) صحیح است.

(با توجه به گزینه‌ها متوجه می‌شویم که منظور طراح سوال، ماشین‌های تورینگ قطعی و غیرقطعی تصمیم‌گیرنده، برای زبان تصمیم‌پذیر L است. در واقع زبان L تصمیم‌پذیر است پس ماشین‌های تورینگ قطعی و غیرقطعی از نوع تصمیم‌گیرنده دارد که آنها را T و N نامیده است.) این ماشین‌ها برای هر ورودی w حتماً متوقف می‌شوند. اگر $w \in L$ تنها مسیر محاسبه در T و حداقل یک مسیر محاسبه در N در زمان متناهی در حالت نهایی متوقف می‌شود. اگر $w \notin L$ تنها مسیر محاسبه در T و حداقل یک مسیر محاسبه در N در زمان متناهی در حالت غیرنهایی متوقف می‌شود.

39- گزینه (4) صحیح است.

در ماشین تورینگ قطعی، هر رشته ورودی یک مسیر محاسبه دارد. در هر ماشین تورینگ، مجموعه حالات و همچنین مجموعه علامت‌های نوار متناهی هستند. ماشین تورینگ قطعی، برای ورودی w می‌تواند در حلقه نامتناهی قرار بگیرد، در نتیجه تعداد پیکربندی‌ها می‌تواند نامتناهی باشد. (مثلاً ممکن است انتقالی به صورت $\square, a, R$ داشته باشد.)

40- گزینه (2) صحیح است.

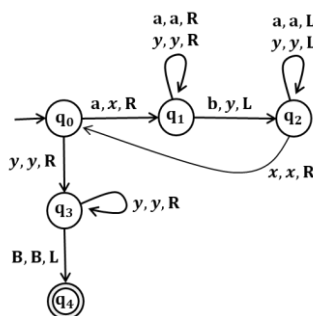
برای هر گرامر مستقل G مساله ناتهی بودن $L(G)$ تصمیم‌پذیر است. برای هر زبان مستقل از متن فاقد λ گرامر نرمال چامسکی وجود دارد. پس گزینه ۲ نادرست است. ماشین پشته‌ای ممکن است برای برخی ورودی‌ها هرگز متوقف نشود. هر زبان تولید شده با گرامر بدون محدودیت، حتماً ماشین تورینگ پذیرنده دارد.

41- گزینه (2) صحیح است.

زبان L مجموعه همه ماشین‌های تورینگی است که رشته 01 را می‌پذیرند، حالا اگر $M \in L$ آنگاه با امتحان رشته 01 به عنوان ورودی، ماشین M در حالت نهایی متوقف می‌شود و ما عضویت M در L را تشخیص می‌دهیم. اما اگر $M \notin L$ آنگاه با امتحان رشته 01 به عنوان ورودی، ماشین M ممکن است در حلقه نامتناهی قرار بگیرد و ما عدم عضویت M در L را تشخیص ندهیم. پس این مجموعه تشخیص‌پذیر (r. e.) است اما تصمیم‌پذیر نیست. همچنین خانواده زبان‌های تصمیم‌پذیر زیرمجموعه اکید خانواده زبان‌های تشخیص‌پذیر است، یعنی هر زبان تصمیم‌پذیر لزوماً تشخیص‌پذیر است ولی عکس آن درست نیست.

42- گزینه (4) صحیح است.

ماشین داده شده را رسم کرده‌ایم. زبان مورد پذیرش این ماشین $\{a^n b^n \mid n > 0\}$ است. که با هیچ یک از گزینه‌های داده شده برابر نیست.



43- گزینه (2) صحیح است.

متمم زبان $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ ، شامل رشته‌هایی مانند 10101 نیز هست پس گزینه ۱ نادرست است. زبان $\{uww^R v \mid u, v, w \in \{0,1\}^*\}$ با $\{0,1\}^*$ برابر است پس منظم است. برخی زبان‌های منظم مثل $L = \{aa, aaa, aab\}$ ماشین DFA با فقط یک حالت نهایی ندارند. اما گزینه ۲ درست است: مجموعه همه زبان‌ها روی الفبای $\{0,1\}$ شمارا است پس خانواده زبان‌های منظم نیز شمارا است.

44- گزینه (1) صحیح است.

برای هر ماشین تورینگ ماشین تورینگ معادلی با حداقل 3 و حداکثر 6 حالت وجود دارد. ماشین تورینگ قطعی نیز ممکن است برای برخی رشته‌ها در حلقه نامتناهی قرار بگیرد. اگر حافظه مصرفی یک ماشین متناهی باشد، با ماشین‌های DFA و NFA معادل است و زبان آن باید منظم باشد. پس همه زبان‌های بازگشتی شمارش پذیر چنین ماشینی ندارند. ماشین تورینگ کراندار خطی توان پذیرش زبان‌های حساس به متن را دارد نه همه زبان‌های بازگشتی شمارش پذیر را.

45- گزینه (3) صحیح است.

هر ماشین تورینگ قطعی یا غیرقطعی که پذیرنده زبان بازگشتی شمارش پذیر باشد ممکن است به ازای برخی ورودی‌ها در حلقه بی‌نهایت بیفتد و متوقف نشود. پس گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست هستند. ماشین تورینگ پذیرنده زبان بازگشتی شمارش پذیر L به ازای هر $w \in L$ متوقف می‌شود اما به ازای هر $w \notin L$ یا متوقف می‌شود یا در حلقه بی‌نهایت گرفتار می‌شود؛ پس گزینه ۳ درست است و گزینه ۴ نادرست است.

46- گزینه (2) صحیح است.

همه توابع $f: N \rightarrow N$ محاسبه پذیر نیستند؛ پس گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند. هیچ مقایسه کلی در مورد سرعت ماشین‌های تورینگ یک نواره و سه نواره درست نیست و بستگی به تعداد گام‌ها برای رشته‌های مختلف دارد. اما با افزودن تعداد حالات و استفاده از نمادهای بیشتر می‌توان سرعت پذیرش رشته w را افزایش داد.

47- گزینه (1) صحیح است.

$$f(1) = g(1, 1) = 1$$

$$f(2) = g(2, 2) = 2^{g(2,1)} = 2^2 = 4$$

$$f(3) = g(3, 3) = 3^{g(3,2)} = 3^{27}$$

$$g(3, 2) = 3^{g(3,1)} = 3^3 = 27$$

48- گزینه (2) صحیح است.

با توجه به ضابطه $f(x)$ زبان L اجتماع دو مجموعه است:

$$L = L_1 \cup L_2$$

$$L_1 = \{w \in \{0,1\}^* : n_0(w) = 5, n_1(w) \bmod 2 = 1\}$$

$$L_2 = \{w \in \{0,1\}^* : n_0(w) = n_1(w) + 2, n_1(w) \bmod 2 = 0\}$$

L_1 منظم و L_2 مستقل از متن است پس اجتماع آنها مستقل از متن است. این اجتماع منظم نیست زیرا اگر $L_1 \cup L_2$ منظم باشد آنگاه $(L_1 \cup L_2) - L_1$ نیز باید منظم باشد که چنین نیست.

49- گزینه (3) صحیح است.

مساله متناهی یا نامتناهی بودن $L(G)$ برای گرامر مستقل از متن، تصمیم‌پذیر است. کافی است بررسی شود آیا در گراف وابستگی متغیرها دور وجود دارد یا خیر؟

50- گزینه (1) صحیح است.

هر گرامر دلخواه یک گرامر بدون محدودیت است و آن یک ماشین تورینگ معادل وجود دارد.

51- گزینه (3) صحیح است.

بر اساس تز چرچ - تورینگ هر مسأله‌ای که توسط کامپیوتر حل شود، ماشین تورینگ نیز می‌تواند آن را حل کند. صحت این تز هنوز اثبات نشده است پس نمی‌تواند مبنایی برای تعریف الگوریتم باشد.

52- گزینه (2) صحیح است.

زبان L حساس به متن است ولی مستقل از متن نیست. هر زبان حساس به متن یک زبان بازگشتی است.

53- گزینه (1) صحیح است.

مجموعه همه زبان‌ها روی الفبای Σ ناشمارا است در حالی مجموعه همه ماشین‌های تورینگ شمارا است؛ پس ناشمارا زبان وجود دارد که برای آن ماشین تورینگ پذیرنده نداریم. پس گزینه ۱ نادرست است. تعداد ماشین‌های تورینگ غیرهم‌ارز شمارا است؛ پس گزینه ۲ صحیح است. توان محاسباتی ماشین تورینگ قطعی و غیرقطعی برابر است. اگر در ماشین تورینگ تعداد نوارها را بیشتر کنیم قدرت ماشین تورینگ از ماشین تورینگ استاندارد بیشتر نمی‌شود، به تعبیری هر ماشین تورینگ چند نواره قابل شبیه‌سازی با ماشین تورینگ استاندارد است؛ پس گزینه‌های ۳ و ۴ نیز درست هستند.

54- گزینه (3) صحیح است.

مجموعه همه عبارات منظم، یک زبان مستقل از متن و نامنظم است. در هر عبارت منظم تعداد پرانتزهای باز با تعداد پرانتزهای بسته برابر است به همین دلیل مجموعه آنها نامنظم است. اما برای تولید همه عبارات منظم یک گرامر مستقل از متن وجود دارد. مثلاً همه عبارات منظم با دو الفبای a, b با این گرامر تولید می‌شود:

$$S \rightarrow (S) | SS | S+S | S^* | a | b | \lambda | \emptyset$$

55- گزینه (4) صحیح است.

با استفاده از قواعد تولید متغیرهای S و Z می‌توان شبه رسته‌هایی به فرم $(ABC)^n$ تولید کرد که $n \geq 1$. با استفاده از قواعد تولید سایر متغیرها می‌توان تمام ترکیبیات A, B و C که در آن‌ها تعداد A, B و C برابر باشد را تولید کرد و در نهایت قواعد $A \rightarrow a$ ، $B \rightarrow b$ و $C \rightarrow c$ را به کار برد. پس گزینه ۴ صحیح است.

پروژه و سربلند باشید.

پایان جلسه بیست و یکم نکته و تست